Prvotný zákon, či teória čohokoľvek, alebo mystérium hmotnosti, ale nielen jej.

RNDr. Dušan Bruncko, CSc.

Ústav experimentálnej fyziky SAV
Watsonova 47
Košice

Zastavme sa nad témou, ktorá, o čom som presvedčený, kde-koho zaujme, a tou je otázka existencie *prvotných zákonov*, resp. *prvotného zákona*, z ktorých (z ktorého) by sa mali dať [1] odvodiť všetky nami pozorované zákonitosti Prírody.
Táto téma čoraz viac rezonuje na rôznych vedeckých podujatiach, a ak už nie priamo, tak nepriamo, pri úvahách o "Veľkom zjednotení", alebo o podstate "neviditeľnej" (anglicky "dark") hmote Vesmíru, či o podstate a význame fyzikálneho vákua. Navyše jej popularitu v tieto dni umocňuje, ako tvrdia zástancovia teórie strún, dnes najhorúcejšieho kandidáta na "teóriu čohokoľvek" (ide teda vlastne o prvotný zákon) , v poradí už štvrtá revolúcia v tejto z matematického hľadiska neobyčajne zložitej teórie, ktorá postupne prechádza od abstrakcie ku konkrétnym, v praxi overiteľným, výpočtom (a **bez** parametrov!).

Úvodom chcem poznamenať, že mnohé myšlienky prezentované v ďalších riadkoch patria poprednému svetovému expertovi na túto problematiku, a to prof. L. B. Okúňovi z Ústavu teoretickej a experimentálnej fyziky Akadémie vied Ruskej federácie z Moskvy.

Čo si pod pojmom "prvotný zákon" predstavujeme?

Pokiaľ by tento zákon existoval, a väčšina fyzikov verí, že áno, potom by mal byť schopný predpovedať fyzikálne konštanty, o ktorých predpokladáme, že majú zásadný význam pre popis našej Prírody. Pod pojmom "zásadný" (v ďalšom tieto konštanty budeme označovať ako "fundamentálne") rozumieme takú ich polohu, že v princípe **len** oni by mali vystačiť na **plný** popis Prírody. Navyše ich ľubovoľná odchýlka od nami pozorovanej, by mala mať za následok radikálnu zmenu fyzikálnych vlastností Prírody.
Aby sme si rozumeli, nám sa nejedná o konkrétne (absolútne) "čísla" týchto fundamentálnych konštánt, ich hodnoty sú určené výberom tej-ktorej sústavy jednotiek (napr. vo fyzike elementárnych častíc sa prakticky jednoznačne používa sústava, kde $c = \hbar = 1$, pričom c je rýchlosť svetla vo vákuu a $\hbar$ je redukovaná Planckova konštanta [2] , aj keď v SI hodnota c je 29 979 245 800 m.s^{-1} $\sim$ 3.10^{10} cm.s^{-1} a hodnota $\hbar$ zas $\sim 1,0546.10^{-34}$ J.s $\sim 6,582.10^{-22}$ MeV.s. Nezávislé na výbere tej-ktorej sústavy jednotiek sú ale vzájomné *pomery* týchto fundamentálnych konštánt, a práve z týchto pomerov by sme mali byť schopní, resp. prvotný zákon by mal byť schopný, odvodiť *všetky* nami pozorované fyzikálne zákonitosti našej Prírody.

Svet s rádove väčšou rýchlosťou svetla

[1] V ďalšom budeme hovoriť v jednotnom čísle, pričom nebudeme ale vylučovať možnosť existencie viacerých zákonov.

[2] Redukovaná Planckova konštanta je definovaná vzťahom $\hbar = h/2\pi$, kde h je Planckova konštanta.

Sledujúc príklad prof. Okúňa, predpokladajme na okamih, že svet je popísaný len pomocou troch (fundamentálnych) veličín, a to hodnotou elektrického náboja elektrónu e, redukovanou Planckovou konštantou $\hbar$ a hmotnosťou elektrónu m_e. V takomto svete miera dľžky nech je Bohrov polomer vodíka r_B, definovaný vzťahom $r_B = \hbar^2/m_e e^2$, miera energie nech je Bohrova energia, definovaná pomerom $E_B = e^2/r_B = e^4 m_e/\hbar^2$ a mierou času nech je pomer $t_B = \hbar/E_B = \hbar^3/e^4 m_e$. Rýchlosť v takto definovanom svete bude daná vzťahom: $v_B = r_B/t_B = e^2/\hbar$. Postupne by sme mohli podobným spôsobom dodefinovať ďalšie fyzikálne veličiny.
Nuž, pozrime sa bližšie na takto zavedený svet. Skúsme v ňom zmeniť rýchlosť svetla, a to z hodnoty $c = 3.10^{10}$ cm.s^{-1} na hodnotu $c = 3.10^{20}$ cm.s^{-1}.

Pretože chemické reakcie sú spôsobené výmenou elektrónov, ani chémia a ani biochémia, tak, ako ich poznáme, sa nezmenia. Drasticky sa však zmenia vlastnosti fotónov, pretože pri danej energii E zodpovedajúcej určitej energetickej hladine atómu, fotón emitovaný atómom bude mať hybnosť k o desať rádov menšiu, pretože $E = k.c$. Naopak, vlnová dľžka fotónu bude o desať rádov väčšia, pretože $\lambda = \hbar/k = \hbar.c/E$, no jeho frekvencia sa nezmení, lebo $\omega = E/\hbar$.
Pravdepodobnosť emisie fotónu o hybnosti k excitovaným atómom je úmerná fázovému priestoru, a teda $k^2 dk$, ten je však úmerný $c^3.E^2 dE$. Vidíme teda, že deexcitácia excitovaného atómu bude dlhšia ako je vek samotného Vesmíru (cca 15 miliárd rokov) a prechod excitovaného atómu do základného stavu bude možný len pomocou nepružných zrážok medzi atómami.
Pretože pre Thomsonov rozptyl svetla na voľných elektrónoch platí $\sigma_T = (8\pi/3).r_0^2$, kde $r_0 = e^2/m_e c^2$, a pretože pre nerezonančný rozptyl svetla na atómoch Rayleightov vzťah znie $\sigma_R = (e^2 r_B^2/E_B)^2(\frac{\omega}{c})^4 \sim r_B^2(\frac{v_B}{c})^4$, pri zväčšení rýchlosti c o desať rádov, dospejeme k záveru, že fotóny by sa pri takejto rýchlosti svetla c nikdy neuvoľnili z matérie, a teda svet by bol "bez svetla".
Pozrime sa ešte na jednu z Maxwellových rovníc, a to na väzbu medzi zdrojom magnetického poľa a k nemu odpovedajúceho elektrického prúdu $rot\vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{j}$ (rovnica je zapísaná v sústave jednotiek, ktorej označenie je CGS. Je to preto, lebo v nej je väzba polí $\vec{H}$ a $\vec{E}$ "okato" spätá s rýchlosťou svetla c). Vidieť, že táto väzba prakticky odpadne, dôsledkom čoho by neboli ani elektrogenerátory, a ani elektromotory.
Berúc si pred seba štandartnú učebnicu elektrodynamiky, mohli by sme v úvahách, čo by bolo, keby rýchlosť svetla c bola buď väčšia, resp. menšia, oproti hodnote, aká je, pokračovať.
Pokiaľ má čitateľ o tieto úvahy väčší záujem, doporučujem mu dve dielka, v prvom od O.A. Volberga z 1935 [3] sa popisuje svet s rýchlosťou svetla, ktorá je dvakrát väčšia ako rýchlosť auta, v druhom od G. Gamowa z 1939 [4] sa ide ešte ďalej, na úroveň rýchlosti bicykla.

Výber fundamentálnych konštánt.

Horeuvedený príklad jasne ukazuje na dôležitosť hodnoty rýchlosti svetla vo vákuu pre náš svet. Teda, prvotný zákon zrejme bude pracovať s hodnotou c, ktorá má však oveľa širší význam než len to, že určuje rýchlosť svetla vo vákuu, navyše hovorí, že žiaden materiálny signál sa nemôže pohybovať rýchlejšie ako c. Tento fakt je nesmierne dôležitý, dávajúci fotónom výnimočné miesto v rodine elementárnych častíc.
Ďalším kandidátom ašpirujúcim byť fundamentálnou veličinou je Newtonova gravitačná konštanta G, ktorá charakterizuje univerzalitu gravitácie (hodnota G v SI je $6,6720(41).10^{-8}$ cm^{3}g^{-1}s^{-2}), tak ako aj Planckova konštanta h, význam ktorej spočíva v tom, že predstavuje najmenší mysliteľný zlomok energie, ktorú môže preniesť fotón medzi dvomi hladinami v atóme, predstavuje ale aj najmenšiu možnú hodnotu momentu hybnosti a slúži aj ako základná jednotka akcie.

[3] "An entertaining journey in Einsteinland", Perelman Ya.I. Entertainig mechanics, GRN-PYul., Leningrad, Moskva, 1935, kap. 11, str. 188-237.

[4] "Mr. Tompkins in Paperback. Containing Mr. Tompkins in Wonderland and Mr. Tompkins Explores the Atom", Cambridge University Press, 1988

Fundamentálnou veličinou ale asi nebude hodnota elektrického náboja elektrónu, pretože vieme, že existujú častice, hodnota elektrického náboja ktorých je tretinová, resp. dvojtretinová voči hodnote elektrického náboja elektrónu - máme na mysli kvarky. Z druhej strany kvarky sú voči sebe viac-menej rovnocené, navyše veriac symetrii medzi rodinou leptónov a kvarkov, sa nezdá, že by hodnota elektrického náboja elektrónu bola nejako výnimočná, navyše sa ani nezdá, že by elektrický náboj akejkoľvek častice bol výnimočný.
Vidíme, že pred nami je problém, spočívajúci vo výbere fyzikálnych veličín, ašpirujúcich na "fundamentálne", problém, spočívajúci v otázke počtu fundamentálnych veličín, no ale aj problém výberu vhodnej sústavy jednotiek, kde by tieto fundamentálne veličiny boli "okate" fundamentálnymi. V poslednom tvrdení mám na mysli nasledovný fakt: vieme síce, že náš hľadaný prvotný zákon je invariantný (nezávislý) od sústavy jednotiek, predsa len niektorá z nich by mala byť voči nemu "prirodzenejšia", tj. formulácia prvotného zákona by v nej mala byť "prehľadnejšia" (a vďaka tomu, že by sme ju vedeli, skôr by sme sa dopátrali, o ktoré fundamentálne konštanty vlastne ide). Niečo podobného sme už spomínali - viď výber sústavy jednotiek vo fyzike elementárnych častíc.

A čo hmotnosť?

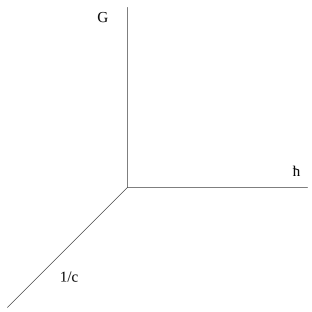
Pokračujme však ďalej. Môže byť fundamentálnou veličinou *hmotnosť*? Zastavme sa na chvíľu nad touto otázkou. Vôbec nie je teraz dôležité, čoho konkrétnu hmotnosť máme na mysli (napr. elektrónu, či protónu alebo niektorého z kvarkov). Proste tentoraz nám pôjde o to, či hmotnosť, ako fyzikálna veličina, môže ašpirovať na pojem "fundamentálny".
Skúsme sa vrátiť do histórie. V dobe Galilea Galileiho pojem "hmotnosť" neexistoval, existoval však pojem "váha". Po prvý raz sa "hmotnosť" objavuje v prácach Isaaca Newtona, ktorý jej dal zásadný význam - hmotnosť telesa bola veličina, ktorá bola konštantou úmernosti medzi silou a zrýchlením, ktoré táto sila vyvolala, šlo o veličinu, ktorá sa v každom okamihu zachovávala (tu máme nateraz na mysli tzv. inerciálnu hmotnosť). Teda z pohľadu Newtonovej mechaniky pojem hmotnosti celkom dobre mohol kandidovať na pojem fundamentálny. To však zmenila špeciálna teória relativity. V nej už hmotnosť nie je konštantou úmernosti medzi silou a zrýchlením, ktoré táto sila vyvolala, do "hry" tu vstupuje aj smer letu daného objektu, teda, presne vzato, sila a zrýchlenie sú vzájomne prepojené nielen hmotnosťou, ale aj vektorom rýchlosti daného objektu. Navyše ukazuje sa, že hmotnosť sústavy vôbec nie je aditívnou veličinou - ak máme sústavu o hmotnosti m_1 a ďalšiu o hmotnosti m_2, potom sústava, ktorá vznikne zložením sústavy s hmotnosťou m_1 a s hmotnosťou m_2, v princípe nemusí mať hmotnosť $m_1 + m_2$ (v Newtonovej mechanike však áno). Dovolím si uviesť Okúňov príklad: nech prvú sústavu predstavuje fotón o energii E_1 (fotón má nulovú hmotnosť), podobne, nech druhú sústavu opäť predstavuje fotón o energii E_2. Nech tieto dva fotóny letia voči sebe pod nejakým uhlom θ. Potom celková hmotnosť sústavy s obidvomi fotónmi bude: $m_{12} = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)^2}$, [5] kde $\vec{k}_1$, resp. $\vec{k}_2$ je hybnosť prvého, resp. druhého fotónu, pričom $\vec{k}_{1(2)} = E_{1(2)} \cdot \vec{n}_{1(2)}$, kde $\vec{n}_{1(2)}$ je jednotkový vektor určujúci smer letu daného fotónu. Rozpísaním vzťahu m_{12} dostaneme: $m_{12} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 - E_1^2 - E_2^2 - 2E_1E_2cos(\theta)} = \sqrt{2E_1E_2(1 - cos(\theta))}$, teda vidíme, že celková hmotnosť zloženej sústavy závisí na uhlu letu fotónov voči sebe! Podľa hodnoty θ m_{12} môže, ale aj nemusí byť nulou, aj keď obidve počiatočné sústavy mali nulovú hmotnosť!
Analogickým príkladom neaditívnosti hmotnosti je známy hmotnostný defekt viazaných systémov, fakt dobre známy z jadrovej fyziky: suma hmotností nukleónov tvoriacich jadro je väčšia ako je hmotnosť jadra. Rozdiel, tj. hmotnostný defekt, ide na vrub väzbovej energii jadra. Pre nás to ale znamená, že hmotnosť *nebude* patriť k fundamentálnym fyzikálnym veličinám.
Možno namietať, že nateraz sme mali na mysli len hmotnosť, ktorá v Newtonovej mechanike predstavovala konštantu úmernosti medzi silou a zrýchlením, ktoré táto sila spôsobila (tj. inerciálnu

[5] Pracujeme v sústave, kde $c = \hbar = 1$.

hmotnosť m_c).
Obráťme teraz pozornosť ku gravitácii. V nerelativistickom priblížení hmotnosť, tentoraz gravitačná m_g, vystupuje v Newtonovom gravitačnom zákone ako konštanta úmernosti popri ale ešte jednej, a to gravitačnej konštante G. Pripomeňme, že sila, ktorou sa vzájomne priťahujú dve telesá o hmotnosti M_{g1} a M_{g2}, je daná vzťahom $F_g = GM_{g1}M_{g2}/r_{12}^2$, kde r_{12} je ich vzájomná vzdialenosť. Koncom minulého storočia ešte nebolo jasné, aký je vzťah medzi gravitačnou a inerciálnou hmotnosťou, dnes však vieme, že sú prinajmenšom priamoúmerné, teda $m_c = k.m_g$, kde k je nejaké kladné nenulové číslo (pokusy Eötvösa hovoria, že $k = 1$, no treba mať na pamäti, že tieto pokusy boli ohraničené na malú vzdialenosť). Pokiaľ k nie je rovné 1, je len vecou konvencie predefinovať hodnotu G tak, aby vždy platilo, že $m_c = m_g$. Znamená to, že nemusíme v ďalšom rozlišovať medzi inerciálnou a gravitačnou hmotnosťou, ide o rovnakú veličinu. Čo však v relativistickom prípade? V súlade so všeobecnou teóriou relativity, je väzba gravitačného poľa k objektu vo všeobecnosti úmerná tenzoru energie-hybnosti T^{ij} (indexy i, j nadobúdajú hodnoty od 1 do 4), nie hmotnosti! Tento tenzor je symetrický, a preto má len desať komponent. Znamená to, že gravitačné vlastnosti daného objektu sú vo všeobecnosti popísané desiatymi veličinami, ktoré tvoria spomenutý tenzor energie-hybnosti - v prípade prechodu k nerelativistickým rýchlostiam, z vyššie spomenutých desiatych zložiek tenzora T^{ij} nenulovou zostane len jedna, ktorú sme stotožnili s hmotnosťou. Pojem hmotnosť v relativistickom prípade má teda máločo spoločného s jej klasickým ponímaním. Smelo môžeme povedať, že tento pojem z klasického pohľadu neexistuje [6] !

$(\mathbf{c}, \hbar, \mathbf{G})$ sústava

Z doterajšieho výkladu zrejme nebude pochýb, že medzi fundamentálne konštanty patrí c, $\hbar$ a G. Už v 1928 roku G. Gamow, D. Ivanenko a L. Landau ukázali, že tieto tri konštanty na popis nášho sveta stačia. Zaviedli tzv. $(c, \hbar, G)$ ortogonálnu sústavu (viď obr. 1) a v rámci nej

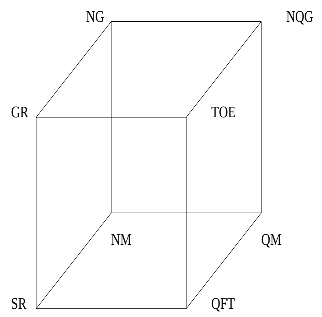


Obr. 1: $(c, \hbar, G)$ *sústava.*

sa snažili predpovedať limitné stavy, tj. analyzovali možnosti typu $c \to \infty$ a pod. V ich ideách

[6] Niečo pre výučbu špeciálnej teórie relativity:
Keď sme už pri pojme "hmotnosti", nedá mi neuviesť na pravú mieru tento pojem v špeciálnej teórii relativity. Nebolo to totiž tak dávno, keď sám Quark uverejnil v teste z fyziky vzťah medzi hmotnosťou a celkovou energiou, a to $E = m.c^2$. Na pár riadkov ukážeme, že sa jedná o hrubú chybu, v takomto tvare Einsteinov vzťah je nesprávny. Prečo? Nuž sledujme:
Majme sústavu o celkovej energie E, hybnosti $\vec{p}$ a hmotnosti m. Potom, v súlade so špeciálnou teóriou relativity, vzťah medzi štvorcom energie a hybnosti znie: $|\vec{p}|^2c^2 = E^2 - m^2c^4$. Predpokladajme, že prejdeme do sústavy, kde $|\vec{p}| = 0$, teda, prejdeme do kľudovej sústavy. V tejto sústave označme jej energiu E_0. Potom bude platiť: $0 = (E_0)^2 - m^2c^4$, teda $E_0 = m.c^2$, teda nie E je rovná hmotnosti sústavy, ale hmotnosť sústavy je ekvivaletná tej energii sústavy, ktorá je voči pozorovateľovi v kľude, teda E_0! V súvislosti s horeuvedeným vzťahom je nutné **všetky** práce, v ktorých autori aplikujú Lorentzove transformácie na hmotnosť (ktorá "vďaka" tomu sa mení pri prechode z jednej sústavy do druhej), označiť za nesprávne, prameniace v nepochopení špeciálnej teórie relativity. Hmotnosť daného objektu, ako sme videli, je len **jedna**, **nezávislá** od výberu tej-ktorej vzťažnej sústavy.

pokračoval M.P. Bronshtein, ktorý vypracoval detailnú analýzu fyzikálnych teórii práve na základe $(c, \hbar, G)$ sústavy. Výsledok jeho práce zachycuje obr. 2. Pristavme sa pri ňom. V jeho počiatku



Obr. 2: *Fyzikálne teórie v $(c, \hbar, G)$ sústave.*

$(G = 0,\ \hbar = 0, 1/c = 0)$ platí Newtonova mechanika, na obr. 2 označená "NM", tj. teória bez gravitácie, bez relativity a bez kvantových efektov. V smere rastu G sa dostávame do oblasti platnosti teórie klasickej Newtonovej gravitačnej teórie ("NG"), v smere rastu c zas do oblasti platnosti špeciálnej teórie relativity ("SR"). Ak pôjdeme v smere $\hbar$, prídeme ku kvantovej mechanike ("QM"), kombinujúc NG a SR dostávame všeobecnú teóriu relativity ("GR"). Kombinácia SR a QM dáva kvantovú teóriu poľa ("QFT") a kombinácia NG a QM zas nerelativistickú kvantovú gravitačnú teóriu ("NQG"). [7] Konečne kombinácia QTF a GR dáva nami hľadanú *teóriu "čohokoľvek"* ("TOE"), teda prvotný zákon. Vidíme, že prvotný zákon, nie je možné zostrojiť zostávajúc len v jednej rovine sústavy na obr. 1. Toto sa kupodivu vedelo už v 1928 roku.

Teória superstrún

Zastavme sa ešte pri $(c, \hbar, G)$ sústave. Už M. Planck v 1900 roku formálnou kombináciou c, $\hbar$ a G zaviedol hmotnosť $m_P = \sqrt{\hbar c/G} \sim 2, 2.10^{19}$ GeV $\sim 2, 2.10^{-5}$ g, známu ako Planckova hmotnosť, dľžku $l_P = \hbar/m_p c \sim 10^{-33}$ cm, označovanú ako Planckova dľžka a čas $t_P = \hbar/m_P c^2 = 3.10^{-44}$ s. Často sa používa aj pojem Planckova energia $E_P = m_P.c^2$. Fyzikálny zmysel týchto veličín však od čias ich zavedenia Planckom dal na seba dlho čakať.
Zmysel klasického polomeru elektrónu $r_B = \hbar^2/m_e e^2 \sim 10^{-13}$ cm spočíva v tom, že pre vzdialenosti rádove r_B už klasická elektrodynamika neplatí, miesto nej bolo potrebné zaviesť kvantovú elektrodynamiku. r_B je ale o 20 rádov väčšia ako je Planckova dľžka. V tejto oblasti by mala už dominovať gravitačná interakcia, avšak nie klasická, ale kvantová (ktorú nateraz nemáme).
V predchádzajúcich príspevkoch (napr. Quark 5/98) sme spomínali možnosť existencie SUSY teórie, zjednocujúcej nateraz nám známe štyri interakcie. Jednym z jej predpokladov je, že pri istej energii sa tieto štyri interakcie budú správať ako jedna. Energetická škála, pri ktorej tento jav očakávame, je len o štyri rády menšia ako je hodnota Planckovej energie.
Skúsme Planckovu hmotnosť vtesnať (bez dodania energie, teda bez jej zohriatia) do objemu l_P^3. Dostaneme asi najzaujímavejší prietorovo-časový objekt, pretože toto sa asi nedarí žiadnej čiernej diere - koncentrácia jej energie do malého objemu je iste mnohonásobne menšia. Zdá sa, že skoncentrovať energiu väčšiu ako m_P do l_P^3 sa asi v našom Vesmíre principiálne nedá.
Vidíme, že význam Planckovych jednotiek (l_P, m_P, t_P) je oveľa dôležitejší, než by sa na prvý pohľad zdalo. Teóriu kvantovej gravitácie (teda vlastne prvotný zákon) nateraz nemáme, ale najsľubnejšou sa zdá teória superstrún, pre ktoré je charakteristická Planckova dľžka l_P. Tieto struny môžu excitovať do fermiónových alebo bozónových excitácii, pričom väčšina týchto excitácií je veľmi ťažká,

[7] Nerelativistická kvantová gravitačná teória neexistuje, pretože doposiaľ neboli pozorované objekty, ktoré by bolo potrebné popisovať takouto teóriou.

rádove m_P, niektoré však z nich sú nehmotné, vďaka čomu zo vzdialeností väčších ako l_P sa javia ako bodu-podobné (teda nami pozorované častice).
Ako pôjde vývoj ďalej však ukáže až čas.